

แบบฝึกทักษะ	มัธยมศึกษา ตอนปลาย	คณิตศาสตร์ 18/1/60	อ สุภรณ์	ชุดที่ 1
-------------	-----------------------	-----------------------	----------	----------

1. (เขต) ในการสำรวจนักเรียนว่ายน้ำที่ได้รับการฝึกมา 3 เดือนแล้ว พบว่า ในจำนวน 40 คน ว่ายน้ำท่ากบได้ 20 คน ว่ายน้ำท่าผีเสื้อได้ 19 คน และว่ายน้ำไม่ได้เลยทั้งสองท่า 7 คน ถามว่ามีนักเรียนกี่คนที่ว่ายน้ำได้ทั้งท่ากบและผีเสื้อ

1. 4

② 6

3. 8

4. 10

วิธีทำ เขต A: ว่ายน้ำท่ากบ $n(A) = 20$; เขต B: ว่ายน้ำท่าผีเสื้อ $n(B) = 19$
ว่ายน้ำไม่ได้ทั้งสองท่า $n(A' \cap B') = 7$ ถาม: ว่ายน้ำได้ทั้งสองท่า: $n(A \cap B) = ?$

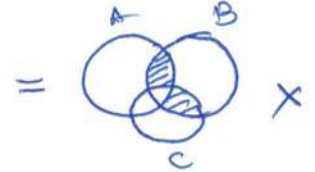
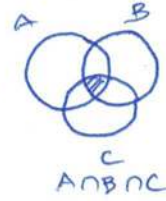
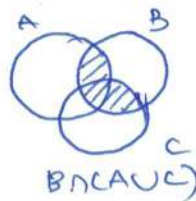
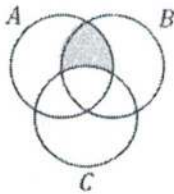
$$n(A \cup B) = n(U) - n(A' \cap B') = 40 - 7 = 33 = x$$

$$= n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

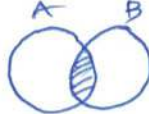
$$\therefore 33 = 20 + 19 - n(A \cap B)$$

$$\therefore n(A \cap B) = 39 - 33 = \textcircled{6} \text{ ตอบ.}$$

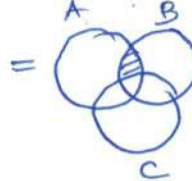
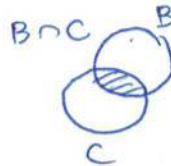
2. (เขต) ส่วนที่แรเงาต่อไปนี้ ไม่ใช่เขตในข้อใด

1. $(A \cap B) - C$ 2. $A \cap (B - C)$ 3. $B \cap (A \cup C) - (A \cap B \cap C)$ ④ $(A \cap B) - (B \cap C)$

วิธีทำ

 $A \cap B$ 

-



3. (เขต) ให้ $A = \{a, b, c\}$ และ $C = \{a, b, d, e\}$ มีเขต B ทั้งหมด ก็เขต ซึ่ง $B \subset C$ และ $A \cap B$ มีสมาชิก 1 ตัว

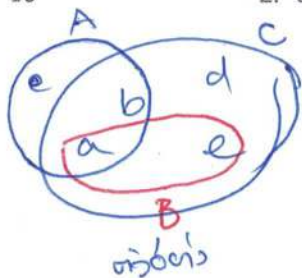
1. 10

2. 8

3. 4

4. 2

วิธีทำ



ข้อนี้คือ $B \subset C$ และ $n(A \cap B) = 1$

ยกเว้น B คือ เซตสมาชิก a, หรือ b จากเขต A
 $B = \{a\}, \{b\}, \{a, d\}, \{a, e\}, \{a, d, e\}$
 หรือ $\{b\}, \{b, d\}, \{b, e\}, \{b, d, e\}$

รวม 8 เขต ตอบ

3. (จำนวนจริง) $\sqrt{7 + \sqrt{13}} - \sqrt{7 - \sqrt{13}} =$

1. $\sqrt{13}/3$ 2. $3/2$ 3. $\sqrt{5}/2$ 4. $\sqrt{2}$

วิธีทำ

รูปแผน. $a + b + 2\sqrt{ab} = (\sqrt{a} + \sqrt{b})^2$ ดังนั้น $\sqrt{a + b + 2\sqrt{ab}} = \sqrt{a} + \sqrt{b}$

$$\sqrt{7 + \sqrt{13}} = \sqrt{\frac{14 + 2\sqrt{13}}{2}} = \frac{\sqrt{13 + 1 + 2\sqrt{13} \times 1}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{13} + 1}{\sqrt{2}} \times$$

$$\sqrt{7 - \sqrt{13}} = \sqrt{\frac{14 - 2\sqrt{13}}{2}} = \frac{\sqrt{13 + 1 - 2\sqrt{13} \times 1}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{13} - 1}{\sqrt{2}} \times$$

$$\therefore \sqrt{7 + \sqrt{13}} - \sqrt{7 - \sqrt{13}} = \frac{\sqrt{13} + 1}{\sqrt{2}} - \frac{\sqrt{13} - 1}{\sqrt{2}} = \frac{2}{\sqrt{2}} = \textcircled{\sqrt{2}} \text{ ตอบ}$$

4. (จำนวนจริง) ข้อใดมีทั้งจำนวนเต็ม จำนวนตรรกยะ และจำนวนอตรรกยะ

1. $-7.222\dots, \sqrt{3}, \pi - \frac{1}{7}$

2. $11, \sqrt[3]{-8}, 2.555$

3. $\frac{1}{2}, -\pi, \sqrt{9} - 1$

4. $-\frac{3}{5}, 6.060060006\dots, \sqrt{1000}$

วิธีทำ

3. $\frac{1}{2}$ เป็นจำนวนตรรกยะ, $-\pi$ เป็นจำนวนอตรรกยะ, $\sqrt{9} - 1 = 3 - 1 = 2$ เป็นจำนวนเต็ม

5. (จำนวนจริง) $(1-\sqrt{3})^2 (2+\sqrt{27})^2 (1+\sqrt{3})^2 (2-\sqrt{27})^2$ มีค่าเท่ากับเท่าใด

1. 1888

2. 2116

3. $824\sqrt{3}$

4. $1020\sqrt{3}$

วิธีทำ

ใช้สูตรคูณ: $[(1-\sqrt{3})^2(1+\sqrt{3})^2][(2+\sqrt{27})^2(2-\sqrt{27})^2]$
 $= [1-3]^2 [2^2-27]^2 = (-2)^2 (4-27)^2$
 $= 4 \times (-23)^2 = 4 \times 529 = 2116$ ตอบ

6. (จำนวนจริง) ถ้า α_1, α_2 เป็นรากของสมการ $x^2 - 3x - 1 = 0$ แล้ว $\alpha_1^2 + \alpha_2^2$ มีค่าเท่ากับเท่าใด

1. 10

2. 11

3. 12

4. 13

วิธีทำ

ถ้า $ax^2 + bx + c = 0$ มีรากเป็น α_1, α_2 (หาผลบวก) $\alpha_1 + \alpha_2 = -\frac{b}{a}$ และ
 $\alpha_1 \alpha_2 = \frac{c}{a}$
 $\therefore \alpha_1^2 + \alpha_2^2 = (\alpha_1 + \alpha_2)^2 - 2\alpha_1 \alpha_2$
จาก $x^2 - 3x - 1 = 0$ จ.ให้ $\alpha_1 + \alpha_2 = -\left(\frac{-3}{1}\right) = +3$ ①
 $a=1, b=-3, c=-1$ และ $\alpha_1 \alpha_2 = \frac{-1}{1} = -1$ ②
 $\therefore \alpha_1^2 + \alpha_2^2 = 3^2 - 2(-1) = 9 + 2 = 11$ ตอบ

7. (จำนวนจริง) มีวัสดุทำรั้วได้ยาว 60 ฟุต ถ้าต้องการล้อมรั้วเป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า โดยล้อมเพียงสามด้าน ด้านที่ติดแม่น้ำไม่ต้องล้อม ถ้ามหาพื้นที่มากที่สุดที่จะล้อมได้เท่ากับกี่ตารางฟุต

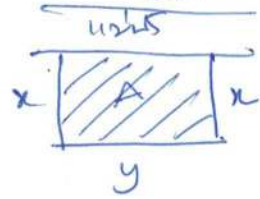
1. 500

2. 450

3. 420

4. 400

วิธีทำ



รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า กว้าง x ยาว y ฟุต. \therefore ปริมาตรของแนวรั้ว $x + y + x = 2x + y = 60$
แต่พื้นที่สี่เหลี่ยมผืนผ้า กว้าง x ยาว y ; $A = xy$ ①
จาก $y = 60 - 2x$ แทนใน $A = x(60 - 2x) = 60x - 2x^2$
 $a = -2, b = 60$ $\therefore A$ เป็นพหุนามกำลังสองที่หาค่าสูงสุดที่
 $x = -\frac{b}{2a} = -\frac{60}{2(-2)} = 15$ พื้นที่ A สูงสุดที่ $15 \times 30 = 450$ ฟุต²

8. (เลขยกกำลัง) ถ้า $8^x - 8^{x+1} + 8^{x+2} = 228$ แล้ว $9x^2 + 3x$ มีค่าเท่ากับเท่าใด

1. 4

2. 5

3. 6

4. 7

วิธีทำ

$8^x - 8^{x+1} + 8^{x+2} = 228$
 $8^x - 8 \times 8^x + 64 \times 8^x = (1 - 8 + 64) 8^x = 57 \times 8^x = 228$
 $\therefore 8^x = \frac{228}{57} = 4$
 $(2^3)^x = 2^2 \implies 2^{3x} = 2^2 \implies 3x = 2 \implies x = \frac{2}{3}$
 $\therefore 9x^2 + 3x = 9 \times \left(\frac{2}{3}\right)^2 + 3 \times \left(\frac{2}{3}\right) = 4 + 2 = 6$ ตอบ

9. (เลขยกกำลัง) ถ้า $2^{x-1} = \frac{\sqrt{2}}{8}$ แล้ว x มีค่าเท่ากับเท่าใด

1. $-\frac{5}{2}$

2. $-\frac{3}{2}$

3. $-\frac{1}{2}$

4. $\frac{1}{2}$

วิธีทำ

$2^{x-1} = \frac{\sqrt{2}}{8} = \frac{2^{\frac{1}{2}}}{2^3} = 2^{\frac{1}{2}-3} = 2^{-\frac{5}{2}}$

$\therefore x-1 = -\frac{5}{2} ; x = -\frac{5}{2} + 1 = -\frac{3}{2}$ ตอบ

10. (เลขยกกำลัง) ถ้า a เป็นจำนวนจริงบวกแล้ว $\sqrt[3]{a^3 \sqrt{a}}$ มีค่าเท่ากับเท่าใด

1. $a^{\frac{1}{9}}$

2. $a^{\frac{2}{9}}$

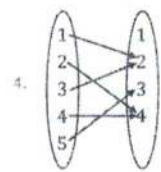
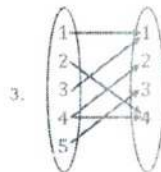
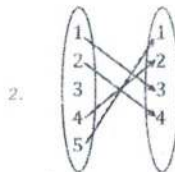
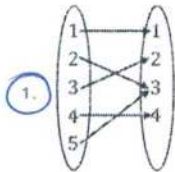
3. $a^{\frac{4}{9}}$

4. $a^{\frac{5}{9}}$

วิธีทำ

$\sqrt[3]{a^3 \sqrt{a}} = \sqrt[3]{a^3 \cdot a^{\frac{1}{2}}} = \sqrt[3]{a^{\frac{7}{2}}} = (a^{\frac{7}{2}})^{\frac{1}{3}} = a^{\frac{7}{6}}$ ตอบ

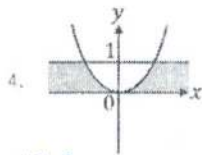
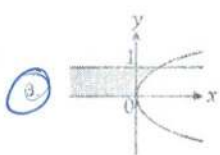
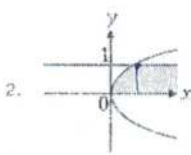
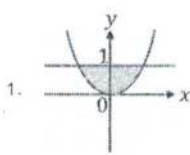
11. (ฟังก์ชัน) แผนภาพของความสัมพันธ์ในข้อใดเป็นฟังก์ชันที่มี $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ เป็นโดเมนและ $\{1, 2, 3, 4\}$ เป็นเรนจ์



วิธีทำ

ข้อที่ 1 เป็นฟังก์ชันที่มี โดเมน $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ และ เรนจ์ $\{1, 2, 3, 4\}$ ตอบ
 ข้อที่ 2 เป็นฟังก์ชัน แต่ใช้โดเมน 4 จาก 5 ตัว ตอบ $(4, 2)$
 ข้อที่ 3 เป็นฟังก์ชัน แต่ใช้เรนจ์ 3 จาก 4 ตัว

12. (ฟังก์ชัน) บริเวณที่แรเงาในข้อใดเป็นกราฟของความสัมพันธ์ $\{(x, y) \mid x \leq y^2, 0 \leq y \leq 1\}$



วิธีทำ

กราฟ $x = y^2$ เป็นตัวแปร $x \leq y^2$ (พาราโบลา: แตรขวา)
 ข้อ 1 อยู่ด้านซ้ายของกราฟ $x = y^2$ แต่กราฟอยู่ส่วนที่ $y = 1$ ตอบ $y = 0$
 ข้อ 2 ตอบ 3

13. (ฟังก์ชัน) กราฟของฟังก์ชันใดในข้อต่อไปนี้ ตัดแกน x มากกว่า 1 จุด

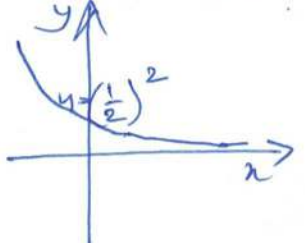
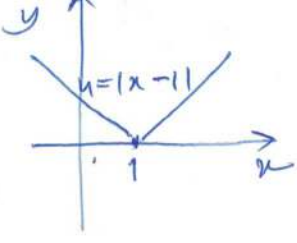
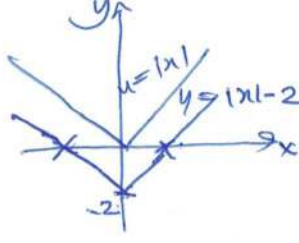
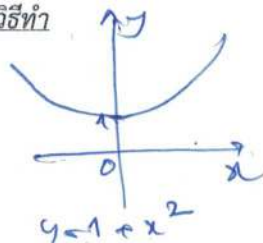
1. $y = 1 + x^2$

2. $y = |x| - 2$

3. $y = |x - 1|$

4. $y = (\frac{1}{2})^x$

วิธีทำ



14. (ฟังก์ชัน) ถ้า $x + 2y = 8$ แล้ว ข้อความต่อไปนี้ถูกหรือผิด

ก. ค่าสูงสุดของ xy เท่ากับ 8

ข. ค่าต่ำสุดของ $y(1-x)$ เท่ากับ -6

- 1. ก. และ ข. ถูก
- 2. ก. ถูก และ ข. ผิด
- 3. ก. ผิด และ ข. ถูก
- 4. ก. และ ข. ผิด

วิธีทำ

① $y = 4 - \frac{1}{2}x$

$f(x) = xy = x(4 - \frac{1}{2}x)$

เป็นพหุนามกำลัง 2

เมื่อ $x = \frac{-4}{+2(-\frac{1}{2})} = 4$ ได้ $y = 8$ ถูก ✓

$g(x) = y(1-x) = (4 - \frac{1}{2}x)(1-x) = 4 - \frac{9}{2}x + \frac{1}{2}x^2$

เป็นพหุนามกำลัง 2

เมื่อ $x = \frac{-(-\frac{9}{2})}{2(\frac{1}{2})} = \frac{9}{2}$ ✓

หรือ $y = 4 - \frac{1}{2} \times \frac{9}{2} = \frac{9}{4}$

$g(x) = \frac{7}{4}(1 - \frac{9}{2}) = \frac{7}{4}(-\frac{7}{2}) = -\frac{49}{8} = -6\frac{1}{8}$ ✗

15. (ฟังก์ชัน) ถ้าความสัมพันธ์ $r = \{(1, 2), (2, 3), (3, 5), (4, 3)\}$ ข้อความต่อไปนี้ถูกหรือผิด

ก. r เป็นฟังก์ชันเพิ่ม x

ข. $D_r - R_r = \{1, 4\}$

- 1. ก. และ ข. ถูก
- 2. ก. ถูก และ ข. ผิด
- 3. ก. ผิด และ ข. ถูก
- 4. ก. และ ข. ผิด

วิธีทำ

1. เป็นฟังก์ชันเพิ่มหรือไม่ เพราะจาก $x=3$ ไป 4 , y ลดจาก 5 มา 3. ✗

2. $D_r - R_r = \{1, 2, 3, 4\} - \{2, 3, 5\} = \{1, 4\}$ ถูก ✓

% ~~~~~ %